

Analisis End-to-End Encryption dengan Diffie-Hellman Key Exchange Menggunakan Prinsip Aljabar Boolean dan Teori Bilangan

Louis Caesa Kesuma - 13521069¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹13521069@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Kriptografi adalah salah satu ilmu atau keahlian yang sangat sering digunakan di kehidupan sehari-hari, penerapannya dapat berupa perbincangan sederhana dengan orang lain hingga pengiriman informasi dari satu perangkat ke perangkat lainnya. Salah satu metode kriptografi yang sering kita gunakan pada saat ini adalah *End-To-End Encryption* (E2EE). E2EE tergolong aman karena tidak ada pihak ke-3 yang bisa menerima data yang dikirim dari satu perangkat ke perangkat lain. Cara agar E2EE bisa memfilter perangkat-perangkat yang bisa menenkripsi dan mendekripsi informasi adalah dengan cara menggunakan *key* yang ada di setiap perangkat. Salah satu contoh penerapan dari E2EE adalah dengan menggunakan metode *Diffie-Hellman key exchange*. E2EE dengan *Diffie-Hellman key exchange* dapat diterapkan dengan prinsip-prinsip pada aljabar boolean dan teori bilangan.

Keywords—Kriptografi, *End-To-End Encryption*, *key*, Aljabar Boolean, Teori Bilangan.

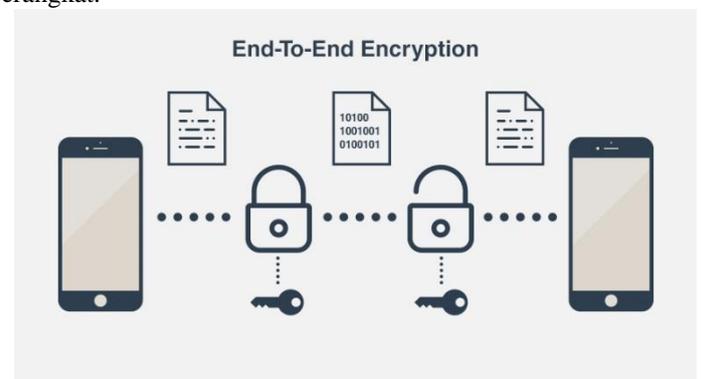
I. PENDAHULUAN

Kriptografi adalah salah satu ilmu/keahlian yang sangat sering kita gunakan sehari-hari. Walaupun kemungkinan besar masyarakat masih belum mengetahui tentang istilah kriptografi. Kriptografi dapat berupa perbincangan sederhana antara satu orang dengan orang yang lain, perbincangan tersebut mendorong pembicara untuk merancang kata-kata yang ingin dia sampaikan ke orang lain, dan pendengar untuk memahami kata-kata tersebut.

Salah satu penerapan kriptografi yang terkenal adalah *Enigma Machine* yang digunakan oleh Jerman pada Perang Dunia Ke-2 untuk mengirimkan informasi ke prajurit-prajurit mereka. *Enigma Machine* tersebut dulu dianggap Jerman adalah alat kriptografi yang sempurna dikarenakan kode-kode yang dihasilkan oleh mesin tersebut dapat berubah-ubah sehingga menyusahkan para musuh mereka untuk menerjemahkan kode-kode yang mereka gunakan. Akan tetapi, mesin tersebut kemudian dipecahkan kodenya oleh sekutu. Cara kerja mesin tersebut adalah dengan memanfaatkan rotor-rotor yang berputar seiring input dimasukkan ke mesin tersebut, sehingga untuk setiap input kode yang mengubah inputnya juga akan berbeda.

Sekarang kriptografi biasanya digunakan pada perangkat-perangkat digital kita untuk mengamankan informasi yang dikirim/diterima pengguna agar informasi tersebut tidak mudah dicuri oleh orang lain. Metode-metodenya sangatlah beragam, salah satunya adalah *End-To-End Encryption*.

Proses dari *End-To-End Encryption* berupa mengenkripsikan terlebih dahulu informasi yang ingin dikirim dan mendekripsikannya saat informasi tersebut diterima. Cara mengenkripsi dan mendekripsinya adalah dengan menggunakan *key* yang telah disetujui tiap pengguna. Biasanya tiap perangkat memiliki *key* yang berbeda-beda, dan *key* yang digunakan saat pengiriman informasi adalah *key* gabungan dari 2 buah perangkat.



Gambar 1.1. Ilustrasi sederhana End-To-End Encryption

(Sumber: <https://pinngle.me/blog/why-use-end-to-end-encrypted-messaging-apps/>)

Proses enkripsi dan dekripsi pada *End-To-End Encryption* dapat kita realisasikan dengan menggunakan operasi-operasi pada aljabar Boolean, contohnya seperti operasi gerbang XOR dan operasi gerbang AND.

Salah satu contoh metode penggabungan 2 buah *key* adalah dengan menggunakan *Diffie-Hellman key exchange*. *Diffie-Hellman key exchange* adalah salah satu metode untuk saling mengirim *key* secara *public* namun tidak membocorkan *key* yang sebenarnya. Proses pengiriman *key* tersebut biasanya dibantu oleh *gateway* yang disediakan perusahaan penyedia jasa pengiriman informasi, contohnya seperti *WhatsApp* yang menggunakan metode End-To-End Encryption.

II. LANDASAN TEORI

A. Aljabar Boolean

Aljabar boolean adalah salah satu bentuk aljabar yang berhubungan dengan bilangan biner yang dapat

merepresentasikan True atau False. Pengaplikasian aljabar boolean sangatlah beragam, contoh: *Integrated Circuit*, dan Jaringan saklar.

Operasi-operasi dasar aljabar boolean berupa:

1. +
 - i. $1 + 1 = 1$
 - ii. $1 + 0 = 1$
 - iii. $0 + 0 = 0$
2. .
 - i. $1 \cdot 1 = 1$
 - ii. $1 \cdot 0 = 0$
 - iii. $0 \cdot 0 = 0$

Hukum-hukum dasar aljabar boolean berupa:

1. Hukum Identitas
 - i. $a + 0 = a$
 - ii. $a \cdot 1 = a$
2. Hukum Idempoten
 - i. $a + a = a$
 - ii. $a \cdot a = a$
3. Hukum Komplemen
 - i. $a + a' = 1$
 - ii. $aa' = 0$
4. Hukum Dominasi
 - i. $a \cdot 0 = 0$
 - ii. $a + 1 = 1$
5. Hukum Involusi
 - i. $(a')' = a$
6. Hukum Penyerapan
 - i. $a + ab = a$
 - ii. $a(a+b) = a$
7. Hukum Komutatif
 - i. $a + b = b + a$
 - ii. $a \cdot b = b \cdot a$
8. Hukum Asosiatif
 - i. $a + (b + c) = (a + b) + c$
 - ii. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
9. Hukum Distributif
 - i. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
 - ii. $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$
10. Hukum De Morgan
 - i. $(a + b)' = a'b'$
 - ii. $(ab)' = a' + b'$
11. Hukum 0/1
 - i. $0' = 1$
 - ii. $1' = 0$

Gerbang-gerbang logika sederhana yang tercipta dari hukum-hukum dan operasi tersebut berupa:

1. Gerbang AND



Gambar 2.1. Gerbang AND

(Sumber: [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-\(2020\)-bagian1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-(2020)-bagian1.pdf))

Input		Output
A	B	
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabel 2.1. Hasil gerbang logika AND

2. Gerbang OR



Gambar 2.2. Gerbang OR

(Sumber: [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-\(2020\)-bagian1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-(2020)-bagian1.pdf))

Input		Output
A	B	
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabel 2.2. Hasil gerbang logika OR

3. Gerbang NOT



Gambar 2.3. Gerbang NOT

(Sumber: [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-\(2020\)-bagian1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-(2020)-bagian1.pdf))

Input	Output
A	
0	1
1	0

Tabel 2.3. Hasil gerbang logika NOT

4. Gerbang XOR

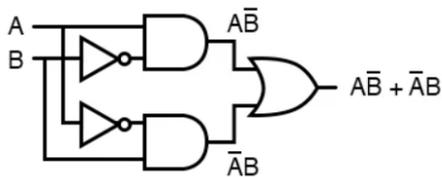


Gambar 2.4. Gerbang XOR

(Sumber: <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/digital/chpt-7/the-exclusive-or-function-xor/>)

Input		Output
A	B	
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabel 2.4. Hasil gerbang logika XOR



Gambar 2.5. Gerbang XOR dinyatakan dengan gerbang AND dan NOT

(Sumber: <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/digital/chpt-7/the-exclusive-or-function-xor/>)

5. Gerbang NAND



Gambar 2.6. Gerbang NAND

(Sumber: [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-\(2020\)-bagian1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-(2020)-bagian1.pdf))

Input		Output
A	B	
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabel 2.5. Hasil gerbang logika NAND

6. Gerbang NOR



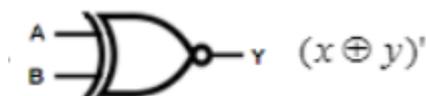
Gambar 2.7. Gerbang NOR

(Sumber: [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-\(2020\)-bagian1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-(2020)-bagian1.pdf))

Input		Output
A	B	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabel 2.6. Hasil gerbang logika NOR

7. Gerbang XNOR



Gambar 2.8. Gerbang XNOR

(Sumber: [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-\(2020\)-bagian1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-(2020)-bagian1.pdf))

Input		Output
A	B	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabel 2.7. Hasil gerbang logika XOR

B. Teori Bilangan

Teori bilangan adalah cabang matematika murni yang bertujuan untuk mempelajari bilangan bulat (*integer*) atau fungsi bilangan bulat. Bilangan bulat (*integer*) adalah bilangan yang tidak mempunyai pecahan desimal.

Beberapa teorema di teori bilangan adalah:

1. Sifat Pembagian pada Bilangan Bulat

Misalkan a habis membagi b , maka bisa dinyatakan dalam:

$$a|b$$

Contoh:

- 4 habis membagi 12

Bisa dinyatakan dalam:

$$4|12$$

2. Teorema Euclidean

Misalkan bilangan m dan n adalah bilangan bulat dimana $n > 0$. Jika m dibagi dengan n maka hasil pembagiannya adalah q (*quotient*) dan sisanya adalah r (*remainder*), sehingga dapat dinyatakan dalam:

$$m = nq + r, \text{ dimana } : 0 \leq r < n$$

Contoh:

- $1987/97 = 20$, sisa 47

bisa dinyatakan dalam:

$$1987 = 20 \cdot 97 + 47$$

- $-22/3 = -8$, sisa 2

bisa dinyatakan dalam:

$$-22 = (-8) \cdot 3 + 2$$

3. Pembagi Bersama Terbesar (PBB)

Misalkan a , dan b adalah bilangan bulat tidak nol. Jika ada bilangan bulat terbesar d sedemikian rupa sehingga $d|a$, dan $d|b$, maka kita bisa menyatakannya dalam:

$$PBB(a, b) = d$$

Contoh:

- $PBB(45, 36) = 9$

Karena faktor pembagi 45 adalah: 1, 3, 5, 9, 15, 45. Faktor pembagi 36 adalah: 1, 2, 3, 4, 9, 12, 18, 36. Sehingga bilangan yang sama dan terbesar dari faktor pembagi tersebut adalah 9, sehingga $PBB(45, 36)$ adalah 9.

4. Algoritma Euclidean

Misalkan m dan n adalah bilangan bulat tak negatif dengan $m \geq n$. Misalkan $r_0 = m$ dan $r_1 = n$. Lakukan secara berturut-turut pembagian untuk memperoleh:

$$r_0 = r_1q_1 + r_2, 0 \leq r_2 < r_1$$

$$r_1 = r_2q_2 + r_3, 0 \leq r_3 < r_2$$

⋮

⋮

$$r_{n-2} = r_{n-1}q_{n-1} + r_n, 0 \leq r_n < r_{n-1}$$

$$r_{n-1} = r_nq_n + 0$$

Menurut teorema 2:

$$\begin{aligned} PBB(m, n) &= PBB(r_0, r_1) = PBB(r_1, r_2) = \dots \\ &= PBB(r_{n-2}, r_{n-1}) \\ &= PBB(r_{n-1}, r_n) = r_n \end{aligned}$$

Jadi, PBB dari m dan n adalah sisa terakhir yang tidak nol dari runtutan pembagian tersebut.

Contoh:

- $m = 80$ dan $n = 12$ dan dipenuhi syarat $m \geq n$

$$\begin{aligned} 80 &= 6 \cdot 12 + 8 \\ 12 &= 1 \cdot 8 + 4 \\ 8 &= 2 \cdot 4 + 0 \end{aligned}$$

Maka didapat $PBB(80,12)$ adalah 4

5. Relatif Prima

Relatif prima adalah Ketika PBB dari kedua bilangan adalah 1.

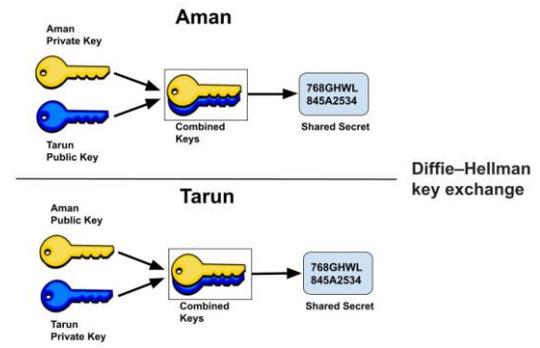
Contoh:

- 23 dan 5 relatif prima sebab $PBB(23, 5)$ adalah 1

C. End-To-End Encryption

End-To-End Encryption adalah sistem komunikasi dimana tidak ada orang lain yang bisa mengakses pesan-pesan yang dikirim serta diterima kedua pihak yang sedang berkomunikasi. Bahkan perusahaan yang digunakan pihak-pihak tersebut untuk saling mengirim informasi tersebut tidak bisa mengakses informasi dari pengguna-penggunanya.

Perusahaan-perusahaan penyedia layanan pengiriman informasi yang menggunakan *End-To-End Encryption* biasanya tidak memiliki akses terhadap *key* yang dapat digunakan oleh mereka untuk mendekripsi informasi yang masuk ke perangkat user. Perusahaan-perusahaan tersebut menggunakan *key* setiap perangkat sehingga hanya perangkat dengan *key* tersebut yang bisa mendekripsi informasinya. *Key* (biasanya berupa *binary* 256-bit) setiap perangkat akan dibuat saat ada informasi yang dikirim/diterima perangkat tersebut. *Key* yang dibuat setiap perangkat ada 2 macam, yaitu: *public key*, dan *private key*. *Key-key* tersebut dibuat sedemikian rupa sehingga *private key* (penerima) jika digabungkan dengan *public key* (pengirim) akan sama dengan *key* (pengirim) digabungkan dengan *public key* (penerima). *Key* yang telah digabungkan tersebut adalah *key* yang akan digunakan oleh perangkat-perangkatnya untuk menenkripsikan dan mendekripsikan informasi. Proses penggabungan kedua *key* tersebut dinamakan *key exchange*.



Gambar 2.9. Analogi proses *key exchange*
(Sumber: <https://cybermeteoroid.com/diffie-hellman-key-exchange-algorithm-how-it-works/>)

Terdapat banyak metode *key exchange* yang bisa dipakai, salah satu yang mudah untuk diimplementasikan adalah dengan menggunakan *multiplicative group of integers modulo*. Metode ini menggunakan 4 *integer*, 2 *public*, dan 2 *private*. 2 *integer* yang *public* tersebut bukanlah *public key* yang setiap user melainkan merupakan angka yang akan digunakan untuk menghasilkan *public key* setiap perangkat. Misalkan 2 *public integer* tersebut adalah p dan q , dan 2 *private key* tersebut adalah x dan y . p merupakan angka prima dan q merupakan angka yang relatif prima dari q . Misalkan bahwa $p = 23$, $q = 5$, $x = 6$, dan $y = 15$. Maka *public key* dapat dibuat dengan cara:

$$\begin{aligned} \text{publickey1} &= q^x \text{ mod } p \\ \text{publickey2} &= q^y \text{ mod } p \end{aligned}$$

Setelah *public key* tersebut dibuat, maka masing-masing perangkat akan menggabungkan *private key* mereka dengan *public key* untuk membuat *combined key* sesuai dengan gambar 6.5. *Combined key* dapat dibuat dengan cara:

$$\begin{aligned} \text{combinedkey1} &= \text{publickey2}^x \text{ mod } p \\ \text{combinedkey2} &= \text{publickey1}^y \text{ mod } p \end{aligned}$$

Seharusnya *combinedkey1* akan sama dengan *combinedkey2* sehingga *combined key* tersebut dapat digunakan perangkat untuk memverifikasi perangkat mana yang berhak untuk mengirim/menerima informasi dengannya.

Karena perusahaan-perusahaan tersebut tidak memiliki akses ke *keys* dari user-user mereka, maka mereka hanya menjadi gateway penghubung untuk transfer informasi tiap usernya. Akan tetapi, akan salah juga jika dibilang bahwa perusahaan tersebut tidak mempunyai akses ke *public key* penggunaanya karena untuk membuat *combined key* setiap perangkat harus bisa menerima *public key* dari perangkat yang mau menerima atau mengirim informasi.

III. ANALISIS END-TO-END ENCRYPTION

Karena *key* yang digunakan di *End-To-End Encryption* berupa bit, prinsip-prinsip aljabar boolean dapat digunakan untuk menenkripsikan dan mendekripsikan informasi tersebut.

Pertama-tama masing-masing perangkat akan membuat 2 buah *key*, yaitu *public key* dan *private key*. *Public key* dibuat dengan cara men-generate 2 buah bilangan bulat yang dibuat sedemikian rupa sehingga keduanya relatif prima.

terbesar dari key tersebut secara decimal adalah $256^2 - 1$. Tentunya dengan nilai sebesar itu maka program akan kesusahan untuk melakukan kalkulasi $key\ exchange$. Kemungkinan besar untuk menghemat waktu para perusahaan-perusahaan tersebut tidak merandom sampai nilai terbesar dari 256 bit, atau bisa dibilang perusahaan-perusahaan tersebut hanya merandom nilainya sampai $range$ tertentu sehingga kalkulasi mereka bisa cepat.

Akan tetapi, kemungkinan besar juga cara yang digunakan perusahaan-perusahaan tersebut bukanlah *Diffie-Hellman key exchange* secara perusahaan-perusahaan tersebut sangatlah besar dan jika hanya mengacak nilai key -nya dalam range tertentu tidak akan mencukupi jumlah klien mereka setiap harinya. Kemungkinan besar perusahaan-perusahaan tersebut memiliki caranya masing-masing dalam *generate key*-nya sehingga key yang didapat masih berbentuk 256 bit dan nilainya lebih acak.

Contoh jika key dan informasinya lebih random (gambar 3.9) dibanding dengan contoh sebelumnya (gambar 3.8):

Misalkan bahwa:

- *Combined key*:

```
101100000010000010001001110101101100000100101
010010100001001110001110011110011100010111001
000000000101011010100110110100111110000101000
000010000101001011110100001011011110011100100
1110010111100110010000010111111110001100110
101101110111110011000110101011
```

- Informasi:

```
1011110010100001001101101101101101101100100
00101111011101110111001110101101011010111011
1000101011011011010000111100100001111110110
01110011101101100010010101000001001100010001
100001111001010010111010001001001110000010010
000111110100011101001010010010
```

Maka hasil yang didapat:

- Informasi yang telah dienkrpsi:

```
000011100111000000010010101110110001101000001
01100101011010000011011110101110111000000010
10001010100010110000011100110111101111011110
0111101111010011110011010001101011111110101
011000100110011110011010100110110000001110100
1010100011011101110001100111001
```

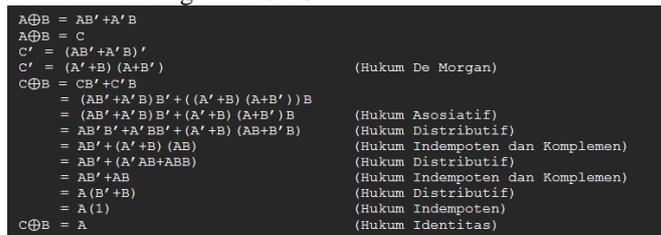
- Informasi yang telah didekrpsi:

```
1011110010100001001101101101101101101100100
00101111011101110111001110101101011010111011
1000101011011011010000111100100001111110110
011100110111011000100101010000010011000100011
000011110010100101110100010010011100000100100
001111110100011101001010010010
```



Gambar 3.9. Pembuktian operasi XOR sebanyak 2 kali dengan nilai yang sama (Sumber: arsip pengguna)

Bisa dilihat bahwa informasi tentunya berubah saat kita dekripsikan dengan key menggunakan operasi XOR, dan jika kita melakukan XOR lagi dengan key yang sama maka informasinya akan kembali seperti informasi yang awal. Hal ini bisa dibuktikan di gambar 3.10:



Gambar 3.10. Pembuktian operasi XOR sebanyak 2 kali dengan nilai yang sama (Sumber: arsip pengguna)

Sehingga terbukti bahwa dengan melakukan operasi XOR sebanyak 2 kali ke data yang sama dapat mengembalikan data tersebut seperti semula. Sehingga operasi XOR ini dapat digunakan pada enkripsi dan dekripsi *End-To-End Encryption*.

V. KESIMPULAN

End-To-End Encryption adalah salah satu dari banyak macam kriptografi yang digunakan perangkat-perangkat sekarang untuk mengirim informasi secara aman. Jika dibandingkan dengan metode lain jelas bahwa *End-To-End Encryption* terkesan lebih aman karena penyedia layanannya tidak memiliki akses secara langsung terhadap informasi yang dikirim atau diterima pengguna-pengguna mereka. Tentunya terdapat metode lain untuk *generate key* yang akan digunakan agar key -nya lebih random dan lebih banyak variasinya. Namun untuk kebutuhan skala kecil, penggunaan metode *Diffie-Hellman key exchange* yang menggunakan *multiplicative group of integers modulo* sudah tergolong cukup.

VI. LAMPIRAN

Source code yang digunakan untuk melakukan operasi XOR: <https://github.com/Ainzw0rth/Analisis-End-to-End.git>

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat rahmat dan kasih karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan makalah kali ini dengan baik dan tanpa kendala yang terlalu berat. Tak lupa juga penulis ingin mengucapkan terima kasih

kepada keluarga yang telah memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan makalah ini. Terima kasih juga penulis sampaikan kepada dosen-dosen pengampuh mata kuliah IF2120 terutama kepada Dr. Nur Ulfa Maulidevi, S.T., M. Sc. selaku dosen pengampuh mata kuliah IF2120 untuk kelas 01 karena telah memberikan pengetahuan yang dapat digunakan penulis untuk menulis makalah ini. Penulis berharap bahwa makalah ini nanti kedepannya dapat digunakan sebagai referensi baik bagi para pelajar yang penasaran dengan ilmunya atau bahkan sebagai referensi penulis kedepannya.

REFERENSI

- [1] Ralph C. Merkle. 1978. *Secure communications over insecure channels*. *Communications of the ACM*. <https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/359460.359473>. Diakses pada 10 Desember 2022.
- [2] Munir, Rinaldi. 2020. "Aljabar Boolean (Bagian 1)". [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-\(2020\)-bagian1.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Aljabar-Boolean-(2020)-bagian1.pdf), diakses 11 Desember 2022.
- [3] Munir, Rinaldi. 2020. "Teori Bilangan (Bagian 1)". <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Teori-Bilangan-2020-Bagian1.pdf>, diakses 11 Desember 2022.
- [4] Greenberg, Andy. 2014. "Hacker Lexicon: What Is End-to-End Encryption?". <https://www.wired.com/2014/11/hacker-lexicon-end-to-end-encryption/>. Diakses pada 10 Desember 2022.
- [5] Nasser, Hussein. 2020, 14 April. How End-to-End encryption works?. *Youtube*. <https://youtu.be/hwQbPgvEQyw>.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2022



Louis Caesa Kesuma 13521069